

Les robots qui gèrent mieux votre argent que votre banquier

Théorie moderne du portefeuille, optimisation de Markowitz et robo-advisors

Pinel Baudelaire T. DAHOUI

Data Scientist & IA | Ingénieur en Travaux Statistiques
Master Statistiques Appliquées aux Sciences du Vivant
tpineldahoui@gmail.com | github.com/Baudelaire12

CIPMA-CHAIRE UNESCO | Bénin

Mercredi 12 Mars 2025

Série LinkedIn STEM au Quotidien — Jour 10/40

Plan de la présentation

- 1 Mise en contexte
- 2 Concepts clés
- 3 Développement mathématique
- 4 Cas pratique
- 5 Conclusion
- 6 Références

Robo-advisors : la démocratisation de la gestion d'actifs

Chiffre clé

En 2023, les robo-advisors gèrent plus de **2 800 milliards de dollars** d'actifs dans le monde, contre seulement 50 milliards en 2015. Les frais de gestion sont réduits de **1,5%** (gestionnaire humain) à **0,25%** annuels (Statista, 2024).

- **Betterment** (USA, fondé 2008) et **Wealthfront** ont démontré que des algorithmes surpassent 80% des fonds gérés activement sur 10 ans.
- Selon une méta-analyse de S&P Dow Jones (SPIVA, 2023), **92%** des fonds actifs américains sous-performent leur indice de référence sur 15 ans.
- En Afrique, des startups comme **Cowrywise** (Nigeria) et **Stashaway** (Afrique du Sud) démocratisent l'investissement algorithmique sur le continent.

Question centrale

Quelle mathématique permet à un algorithme de construire un portefeuille optimal — maximisant le rendement pour un niveau de risque donné ?

La théorie moderne du portefeuille — Harry Markowitz (1952)

Prix Nobel 1990

Harry Markowitz a formalisé en 1952 la notion de **frontière efficiente** : l'ensemble des portefeuilles qui maximisent le rendement espéré pour un niveau de risque (variance) donné — ou minimisent le risque pour un rendement donné.

Notations :

- n actifs, chacun de rendement espéré μ_i et variance σ_i^2
- w_i : poids de l'actif i dans le portefeuille ($\sum w_i = 1$)
- σ_{ij} : covariance entre les actifs i et j

Rendement et risque du portefeuille :

$$\mu_P = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu}$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w}$$

Problème d'optimisation :

$$\min_{\mathbf{w}} \quad \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$$

$$\text{sous contraintes : } \mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu} \geq \mu^*, \quad \mathbf{1}^T \mathbf{w} = 1, \quad w_i \geq 0 \quad \forall i$$

Solution par multiplicateurs de Lagrange :

$$\mathcal{L}(\mathbf{w}, \lambda_1, \lambda_2) = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} - \lambda_1(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\mu} - \mu^*) - \lambda_2(\mathbf{1}^T \mathbf{w} - 1)$$

$$\nabla_{\mathbf{w}} \mathcal{L} = 2\Sigma \mathbf{w} - \lambda_1 \boldsymbol{\mu} - \lambda_2 \mathbf{1} = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{w}^* = \frac{\lambda_1}{2} \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu} + \frac{\lambda_2}{2} \Sigma^{-1} \mathbf{1}$$

Ratio de Sharpe et portefeuille tangent

Ratio de Sharpe (Sharpe, 1966) — mesure du rendement ajusté au risque :

$$\mathcal{S} = \frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P}$$

où r_f est le taux sans risque (ex. : bon du Trésor 3 mois).

Portefeuille tangent : maximise le ratio de Sharpe sur la frontière efficiente.

$$\mathbf{w}^{\text{tangent}} = \arg \max_{\mathbf{w}} \mathcal{S} = \frac{\Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu} - r_f \mathbf{1})}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu} - r_f \mathbf{1})}$$

Extensions modernes

- **Black-Litterman (1990)** : intègre les vues subjectives de l'investisseur dans l'optimisation
- **CVaR** (Conditional Value at Risk) : remplace la variance par une mesure de risque extrême
- **Reinforcement Learning** : portefeuille dynamique avec réajustement continu

Performance comparée : robo-advisor vs. fonds actifs

Données SPIVA (S&P Dow Jones Indices, 2023)

Pourcentage de fonds actifs sous-performant leur indice de référence :

Catégorie	1 an	5 ans	10 ans	15 ans
Fonds US grandes cap.	60%	78%	88%	92%
Fonds marchés émergents	55%	73%	80%	85%
Fonds obligations	64%	82%	89%	91%
Robo-advisor (indiciels)	Suit l'indice par construction			

Simulation concrète : 10 000 \$ investis en 2010

- Fonds actif moyen : ~**22 000 \$** (après frais de 1,5%/an)
- Portefeuille Markowitz indiciel : ~**28 500 \$** (frais : 0,25%/an)

Synthèse

L'optimisation de Markowitz, combinée à des algorithmes modernes de rééquilibrage automatique et de gestion du risque, permet aux robo-advisors de délivrer des performances supérieures à la majorité des gestionnaires humains — à une fraction du coût. Ce n'est pas de la magie : c'est de l'algèbre linéaire appliquée.

Perspectives :

- Intégration des critères ESG (Environnement, Social, Gouvernance) dans l'optimisation de portefeuille
- Robo-advisors pour les marchés africains (BRVM, Bourse de Casablanca) avec données locales
- Deep Reinforcement Learning pour la gestion dynamique de portefeuille (stratégies adaptatives)
- Démocratisation via mobile : investir depuis son téléphone avec 1 000 FCFA minimum

« Diversifier, c'est le seul repas gratuit en finance. »

— Harry Markowitz, Prix Nobel d'Économie, 1990

Références bibliographiques

-  Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
-  Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 39(1), 119–138.
-  Black, F., & Litterman, R. (1990). *Asset Allocation : Combining Investor Views with Market Equilibrium*. Goldman Sachs Fixed Income Research.
-  S&P Dow Jones Indices. (2023). *SPIVA U.S. Scorecard — Year-End 2022*. S&P Global.
-  Statista. (2024). *Robo-advisors assets under management worldwide 2017–2027*. Statista Research Department.
-  Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3), 21–41.

Merci pour votre attention

Pinel Baudelaire T. DAHOUI

Data Scientist & IA | CIPMA-CHAIRE UNESCO, Bénin

`tpineldahoui@gmail.com | github.com/Baudelaire12`

LinkedIn : @Pinel Baudelaire DAHOUI

Série STEM au Quotidien — 40 jours pour comprendre le monde par les données